ESTATÍSTICA DESCRITIVA

Resolução dos Exercícios Propostos

1.a)

Série A:

Cálculo da média:

$$\bar{x}_A = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{7+8+12+5+8+10+3+5+8+8+8+10}{12} = \frac{92}{12} \cong 7.67$$

Cálculo da mediana:

Dado que n é par, a mediana será obtida com base nos dois valores centrais da amostra ordenada:

3,5,5,7,8,8,8,8,8,10,10,12

Neste caso a mediana será: $\tilde{x}_A = \frac{8+8}{2} = 8$

Cálculo da moda:

A moda é o valor mais frequente, ou seja aquele que aparece mais vezes na amostra. Neste caso $\hat{x}_A = 8$.

b) Série B:

Classificação	nº de candidatos	F_a
$[0, 10[$	7	7
$[10, 20[$	11	18
$[20, 30[$	18	36
$[30, 40[$	9	45
$[40, 50[$	41	86
$[50, 60[$	37	123
$[60, 70[$	52	175
$[70, 80[$	25	200
$[80, 90[$	22	222
$[90, 100]$	8	230

Cálculo da média:

Tratando-se de dados agrupados em classes devemos utilizar

$$\bar{x}_B = \frac{\sum x_i F_i}{n}$$

sendo x_i e F_i respetivamente o ponto médio e a frequência absoluta da classe i.

Teremos neste caso

$$\bar{x}_B = \frac{5\times7+15\times11+25\times18+35\times9+45\times41+55\times37+65\times52+75\times25+85\times22+95\times8}{230} \cong 55.35$$

Cálculo da mediana:

Classe mediana: $[50; 60[$

$$\tilde{x}_B = 50 + \frac{\frac{230}{2}-86}{123-86} * 10 = 50 + \frac{290}{37} = 57.84$$

Cálculo da moda:

Classe modal: $[60; 70[$

$$\hat{x}_B = 60 + \frac{52-37}{(52-37)+(52-25)} * 10 = 60 + \frac{15}{15+27} * 10 = 63.57$$

2.a)

Classe do 3º Quartil: $[60; 70[$

$$Q_3 = 60 + \frac{\frac{3*230}{4}-123}{175-123} * 10 = 60 + \frac{49.5}{52} * 10 = 69.52$$

b)

Classe do 90º Percentil: $[80; 90[$

$$P_{90} = 80 + \frac{\frac{9*230}{10}-200}{222-200} * 10 = 80 + \frac{7}{22} * 10 = 83.18$$

3.

Série A:

Amplitude total: $R = 12 - 3 = 9$

Amplitude inter-quartil: $AIQ = Q_3 - Q_1 = 9 - 6 = 3$

Variância:

$s_A^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} =$

$= \frac{(7-7.67)^2+(8-7.67)^2+(12-7.67)^2+(5-7.67)^2+(8-7.67)^2+(10-7.67)^2+(3-7.67)^2+(8-7.67)^2+(8-7.67)^2+(8-7.67)^2+(10-7.67)^2}{12}$

$= 5.55$

Desvio padrão:

$s_A = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{5.55} = 2.36$

Série B:

Amplitude total: $R = 100 - 0 = 100$

Amplitude inter-quartil:

$AIQ = Q_3 - Q_1 = 69.52 - 40 + \frac{\frac{1*230}{4} - 45}{86-45} * 10 = 69.52 - 40 + \frac{12.5}{41} * 10 =$
$= 69.52 - 43.05 = 26.47$

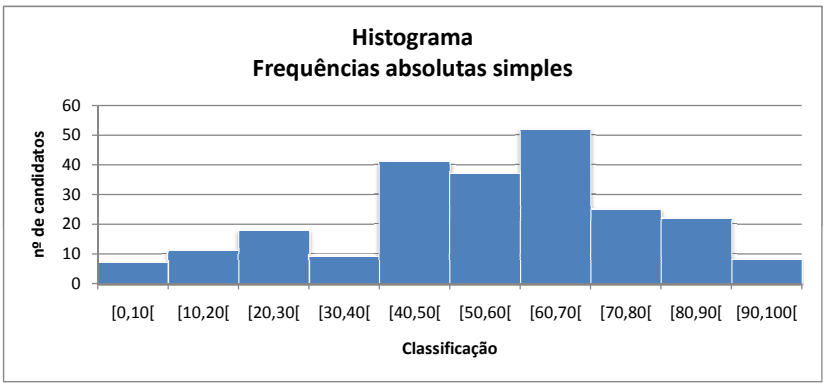
Variância:

$s_B^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(5-55.35)^2*7+(15-55.35)^2*15+\ldots+(95-55.35)^2*8}{230} = \frac{106772.2}{230} = 464.23$

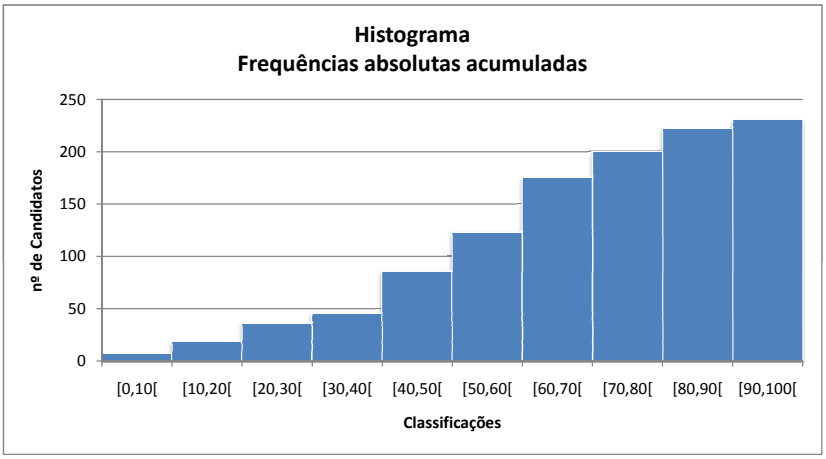
Desvio padrão:

$s_B = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{464.23} = 21.55$

4. Histograma de frequências absolutas simples (Série B)



Histograma de frequências absolutas acumuladas (Série B)



5.

x_i	n_i
1000	10
1100	8
1200	12
1300	8
1400	10
1500	12

a) $\sum n_i = 10 + 8 + 12 + 8 + 10 + 12 = 60$. O número de trabalhadores da empresa é 60.

b) Média:

$$\bar{x} = \frac{10*1000+8*1100+12*1200+8*1300+10*1400+12*1500}{60} = \frac{75600}{60} = 1260$$

Desvio padrão:

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}} =$$

$$= \sqrt{\frac{10*(1000-1260)^2+8*(1100-1260)^2+12*(1200-1260)^2+8*(1300-1260)^2+10*(1400-1260)^2+12*(1500-1260)^2}{60}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1824000}{60}} = \sqrt{30400} = 174.356$$

c) Atendendo à propriedade 2 do texto de apoio, após a redução dos salários o novo valor médio para o salário será $\bar{x}^* = 0.5 * 1260 = 630$ Euro

e o novo desvio padrão, $s^* = 0.5 * 174.356 = 87.18$ Euro, logo ambas as medidas serão reduzidas a metade.

6.

Diagrama de caule e folhas

2 | 1334
3 | 01223457
4 | 12356
5 | 47
6 | 5

7.

40, 38, 41, 37, 39, 40, 35, 40, 42, 40, 41, 38

a) Média:

$\bar{x} = \frac{40+38+41+37+39+40+35+40+42+40+41+38}{12} = \frac{471}{12} = 39.25$

Moda:

$\hat{x} = 40$

Mediana:

$\tilde{x} = \frac{40+40}{2} = 40$

b)

Variância:

$s^2 = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n} =$
$= \frac{(40-39.25)^2+(38-39.25)^2+(41-39.25)^2+(37-39.25)^2+(39-39.25)^2+(40-39.25)^2+(35-39.25)^2+(40-39.25)^2+(42-39.25)^2+(40-39.25)^2+(41-}{12}$
$\frac{42.25}{12} = 3.52$

Desvio padrão:

$s_A = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}} = \sqrt{3.52} = 1.88$

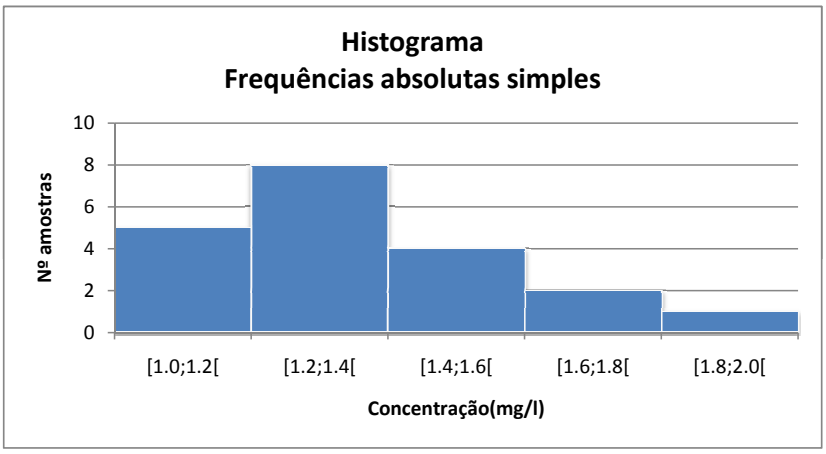
c)

3 | 57889
4 | 0000112

8.
a)

Concentração (mg/l)	Ponto médio	Nºamostras (F_i)	Freq. absolutas acumuladas	Freq. relativas	Freq. relativas acumuladas
$[1.0, 1.2[$	1.1	5	5	$\frac{5}{20}$	$\frac{5}{20}$
$[1.2, 1.4[$	1.3	8	13	$\frac{8}{20}$	$\frac{13}{20}$
$[1.4, 1.6[$	1.5	4	17	$\frac{4}{20}$	$\frac{17}{20}$
$[1.6, 1.8[$	1.7	2	19	$\frac{2}{20}$	$\frac{19}{20}$
$[1.8, 2.0[$	1.9	1	20	$\frac{1}{20}$	1

b) Histograma das frequências absolutas simples.



c) Média:

$$\bar{x} = \frac{1.1*5+1.3*8+1.5*4+1.7*2+1.9*1}{20} = \frac{27.2}{20} = 1.36$$

Desvio padrão:

$$s_A = \sqrt{\frac{(1.1-1.36)^2*5+(1.3-1.36)^2*8+(1.5-1.36)^2*4+(1.7-1.36)^2*2+(1.9-1.36)^2*1)}{20}} =$$

$$= \sqrt{\frac{0.968}{20}} = \sqrt{0.0484} = 0.22$$